

2013. 11

特集号



(題字：脇口宏学長)

国立大学法人

高知大学学報

## 高知大学学位授与記録第六十五号

法人企画課広報戦略室発行

本学は、次の者に博士（理学）の学位を授与したので、高知大学学位規則第14条に基づき、その論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

\*\*\*\*\*  
 \*  
 \*  
 \*  
 \*  
 \*  
 \*  
 \*\*\*\*\*

# 高知大学学報

本学は、次の者に博士（理学）の学位を授与したので、学位規則（昭和28年文部省令第9号）第8条の規定に基づき、その論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

## 目 次

学位記番号	氏 名	学 位 論 文 の 題 目	ページ
甲総科博第10号	黒岩 朝	多項式の分解の挙動を記述する剰余とその応用	1

ふりがな 氏名(本籍) 学位の種類 学位記番号 学位授与の要件 学位授与年月日 学位論文題目 発表誌名	くろいわ はじめ 黒岩 朝(高知) 博士(理学) 甲総科博第10号 学位規則第4条第1項該当 平成25年9月20日 多項式の分解の挙動を記述する剰余とその応用 Hiroshima Mathematical Journal Vol.41, No.3, p409-414, November 2011
	審査委員 主査 教授 福間 慶明 副査 教授 下村 克己 副査 教授 津江 保彦

### 論文の内容の要旨

代数学の主な分野のひとつである整数論では、古くから素数について成り立つ様々な性質について研究がなされてきた。そこで用いられた考え方や手法は代数幾何学をはじめとして代数学全体の発展にも影響を及ぼした。代数学でしばしば扱われるテーマである「多項式の分解に関する法則」は、素数とも密接に関わっており、その関係性を記述するという研究が整数論における大きなテーマである。

素数個の元によってなす体を有限素体という。「最高次係数が1の一変数整数係数多項式の有限素体上での分解について、どのような素数において分解するか」という問題は、整数論においての大きな結果である類体論と呼ばれる理論を応用することにより、ある条件を満たす多項式については解決された。

その条件とは、多項式が一次式の積に分解されるような有理数体の拡大体(ガロア拡大という)の自己同型写像のなす群(ガロア群という)が可換群であるという条件であり、これを満たす多項式であれば、類体論の結果を用いて、有限素体上で多項式が分解するか否かの判定法が簡明な形で得られる。

しかし、ガロア群が非可換群であるときは類体論による結果を使えず、この形での判定法は無いことが知られている。

そこで本論文では、より一般的であるガロア拡大のとき、つまり類体論が使えない場合に有限素体上での多項式の分解の様子について調べた。また逆問題から素数と多項式の関係性について何か得られないか、例えば与えられた分解の様子からそれらを満たす多項式の候補が得られることなどについて考察した。

まず、最高次係数が1の一変数整数係数既約多項式の有限素体上での分解を表現する多項式が、割り算の原理における剰余により得られることを見た。本論文では、この剰余によって定義された多項式を基本的な道具として扱った。

この剰余により定義された多項式は、ラグランジュの補間法によって元の多項式の(複素数体上での)根を用いて表現されることも分かった。この多項式を用いて最高次係数が1の一変数整数係数既約多項式の有限素体上での分解の様子を記述する関数を構成できることが参考論文によって知られている。

また、「次数といくつかの素数について剰余により定義された多項式のその素数に関する合同式が与えられたとき、元の多項式の候補が得られるか」という問題について考察した。分解の一部の様子を表した多項式から、全体の分解の様子を表した多項式をある程度近似できることによって、元の多項式の候補を絞りこむという方法を用いた。

## 論文審査の結果の要旨

学位申請者黒岩朝が提出した論文「多項式の分解の挙動を記述する剰余とその応用」で扱っているテーマは代数学の分野の中に属する整数論に関連したものである。本論文では「最高次係数が1の一変数整数係数多項式はどの素数を法とする有限素体上において分解するか」という問題を考えている。この問題は、類体論という理論を用いることにより、ある条件を満たす多項式については解決されている。その条件とは多項式が一次式の積に分解するような有理数体上のガロア拡大のガロア群が可換群であるという条件である。しかしこのガロア群が非可換である時は類体論による結果を使うことができず、非可換ガロア群の場合の判定法を見出すことが問題となる。

これに関して伊原康隆氏により「素数全体の集合上で定義された複素数値関数の可算無限族であって任意の素数列が完全分解型となるための必要十分条件を記述するものを構成できるか」という問題が提出された。伊原氏は非可換類体論の構成ができれば解決されるであろうと考え、この問題を提出した。黒岩氏は博士課程においてこの問題に関する研究に取り組んだ。本論文はその研究成果をまとめたものである。

さて本論文の中心的内容は次の2点である。(1) 黒岩氏は、博士課程においてこの伊原氏の問題を肯定的に解決した。本論文でこれについての解説や証明を与えている。方法は伊原氏が目指したものとは異なるが、別な視点から問題を解くことに成功したのである。(2) さらに素数と多項式の分解の関係を調べるために、上記の問題の逆問題、すなわち「与えられた分解の一部の様子からもとの多項式の候補が得られるか」という問題について考察した。この問題についても研究を進め、ある条件のもとに部分的な解決を得ることに成功している。

本論文の具体的な構成であるが、前半で上記の主結果を述べるために必要となる事柄や関係する専門知識を簡潔にまとめ、後半では上記の主結果に関する証明を与えている。また主結果の判定法を用いることにより得られるいくつかの具体例を与えており、このことから主結果の重要性を読み取ることができる。

なおこれらの成果の一部は、査読付学術雑誌1編(単著)で発表されている。

以上の論文の内容から、提出論文は多項式の分解の挙動に関し重要な知見を得たものとして価値ある集積であると認める。よって、学位申請者黒岩朝は、博士(理学)の学位を得る資格があると認める。