第24回　理学部門研究談話会

日時　：平成 30年 1月 24日（水）13:30－15:00
場所　：理工学部 2号館 6階第1会議室

話題及び提供者

『　偏極多様体のはなし　』
福間慶明

『　宇宙線：宇宙から来る素粒子　』
中村　亨

教職員，大学院生，学生，一般の方々のご来場をお待ちしております
（お問い合わせ　：　tsue@kochi-u.ac.jp）

偏極多様体のはなし

福間　慶明

平成 30 年 1 月 24 日, 理学部門談話会

X を n 次元のなめらかな射影多様体, L を X 上の豊富な因子とするとき, この組 (X, L) を**偏極多様体**と呼ぶ. ここでは偏極多様体の**断面不変量**について解説する.

定義 1. (X, L) を n 次元偏極多様体, i を 1 以上 n 以下の整数, $I(Y)$ を i 次元のなめらかな射影多様体 Y に関するある不変量とする. このとき $\boldsymbol{(X, L)}$ **の不変量** $\boldsymbol{F_i(X, L)}$ **が不変量** $\boldsymbol{I}$ **に関する第** $\boldsymbol{i}$ **断面不変量である**とは「X 上の任意の非常に豊富な因子 H に対し, H によって X をうまく切断することにより i 次元のなめらかな射影多様体 X^i をつくると $F_i(X, H) = I(X^i)$ となるもの」をいう.

この断面不変量を用いると, 低次元のなめらかな射影多様体のもつ性質を, 高次元の場合に一般化できると期待される. その一つの例として, なめらかな曲面 (2 次元) のいくつかの不変量を一般次元の偏極多様体 (X, L) の量として表現することをみてみる. その際, 3 つの第 2 断面不変量, **「第 2 断面幾何種数** $\boldsymbol{g_2(X, L)}$**, 第 2 断面** $\boldsymbol{H}$**–算術種数** $\boldsymbol{\chi_2^H(X, L)}$**, 第 2 断面 Euler 数** $\boldsymbol{e_2(X, L)}$**」**を使う.
これらの不変量を用いると, なめらかな射影曲面 S の不変量と (X, L) の不変量との間には次のような関係があると推測される (ただし, K_X は X の標準因子, $\kappa(D)$ は D の小平次元, $\kappa(S)$ は K_S の小平次元を表すものとする).

$\boldsymbol{S}$ **の不変量**	$\Leftrightarrow$	$\boldsymbol{(X, L)}$ **の不変量**
$h^2(\mathcal{O}_S)$	$\Leftrightarrow$	$g_2(X, L)$
$\chi(\mathcal{O}_S)$	$\Leftrightarrow$	$\chi_2^H(X, L)$
K_S^2	$\Leftrightarrow$	$(K_X + (n-2)L)^2 L^{n-2}$
$\kappa(S) = k$	$\Leftrightarrow$	$\kappa(K_X + (n-2)L) = k$
$\kappa(S) = 2$	$\Leftrightarrow$	$\kappa(K_X + (n-2)L) \geq 2$
$e(S)$	$\Leftrightarrow$	$e_2(X, L)$

これらの対応を考えることにより, 曲面論における定理の「偏極多様体版」といえる多くの問題を与えることができる.

まず次の Noether の公式を考える.

定理 1 (**Noether の公式**). S をなめらかな射影曲面としたとき

$$12\chi(\mathcal{O}_S) = K_S^2 + e(S)$$

が成立する.

上記の対応でいいかえることで, これの「偏極多様体版」として, 次の式を考えることができる.

$$12\chi_2^H(X,L) = (K_X + (n-2)L)^2 L^{n-2} + e_2(X,L).$$

実はこの等式は一般の豊富な因子の場合に正しいことが示される, つまり

定理 2 (**Noether の公式の偏極多様体版**). *次の等式が成り立つ:*

$$12\chi_2^H(X,L) = (K_X + (n-2)L)^2 L^{n-2} + e_2(X,L).$$

さらに射影曲面に関する次の 2 つの代表的な定理を考える.

定理 3 (**Castelnuovo の定理**). S をなめらかな射影曲面とし, $\kappa(S) \geq 0$ (*resp.* $\kappa(S) = 2$) を仮定する. この時 $\chi(\mathcal{O}_S) \geq 0$ (*resp.* $\chi(\mathcal{O}_S) \geq 1$) が成り立つ.

定理 4 (**Bogomolov–宮岡–Yau の不等式**). S を一般型のなめらかな射影曲面 (つまり $\kappa(S) = 2$ となるもの) とすると, $9\chi(\mathcal{O}_S) \geq K_S^2$ が成り立つ.

上の対応でいいかえると, これらの「偏極多様体版」といえる次の予想が得られる.

予想 1 (**Castelnuovo の定理の偏極多様体版**). もし $\kappa(K_X + (n-2)L) \geq 0$ (*resp.* ≥ 2) ならば, $\chi_2^H(X,L) \geq 0$ (*resp.* $\chi_2^H(X,L) \geq 1$) が成立する.

予想 2 (**Bogomolov–宮岡–Yau の不等式の偏極多様体版**). もし $\kappa(K_X + (n-2)L) \geq 2$ なら, $9\chi_2^H(X,L) \geq (K_X + (n-2)L)^2 L^{n-2}$ が成立する.

以下で予想 1, 2 に関して一般にわかっていることを述べる.
まず予想 1 については次がいえる.

定理 5. 次の場合には $\chi_2^H(X,L) > 0$ が成り立つ.

(1) $\kappa(K_X + (n-2)L) = 0, 1$ のとき.

(2) $n = 3$ かつ $\kappa(K_X + L) \geq 2$ のとき.

(3) $n \geq 4$ かつ $\kappa(X) \geq 0$ のとき.

注意 1. 定理 5 (1) と (2) より $n = 3$ の時は, 予想 1 は正しいことがいえる.

予想 2 については弱い形であるが, 次のことが示されている:

定理 6. $\kappa(X) \geq 0$ のとき $12\chi_2^H(X,L) > (K_X + (n-2)L)^2 L^{n-2}$ が成り立つ.

宇宙線:宇宙から来る素粒子

中村 亨 （ 物理科学 ）

宇宙空間には非常にエネルギーの高い粒子が存在し，地球大気中に絶えず降り注いでいる。これらの粒子は陽子を始めとする原子核と，ごく僅かの高エネルギー電子，及びガンマ線等からなり，総称して一次宇宙線と呼ばれている。一次宇宙線が地球に入射すると，空気中の原子核（窒素原子核や酸素原子核など）と相互作用を起こし，様々な二次粒子を発生させる。これら大気中で発生した二次粒子を総称して二次宇宙線と呼ぶ。この一次宇宙線と二次宇宙線のことをまとめて宇宙線という。

宇宙線はおよそ百年前に発見されて以来，宇宙線自身についての研究はもとより，他では得ることのできなかった高エネルギー現象を通して素粒子物理学の発展に大きく貢献し，宇宙物理学など関連諸分野の発達を促した。そして人工的に高エネルギー粒子を作り出し，効率と精度で勝る加速器が開発されるにつれて，宇宙線の研究は未知の領域を開拓すべく更にエネルギーの高い領域に移るとともに，宇宙線固有の問題（化学組成，エネルギースペクトラム，起源や伝播，宇宙起源粒子の観測等）の解明を目指している。 それにより従来の天文学による宇宙の観測と相補的な関係を持つようになった。

最近のトピックスとして，2015 年のノーベル物理学賞を受賞した「ニュートリノ振動の発見」について，陽子崩壊実験との関係で紹介する。自然界の4つの力「重力」「電磁気力」「強い力」「弱い力」のうち，「電磁気力」と「弱い力」をまとめた「統一理論」の成功の後，さらにそれに「強い力」を加えた「大統一理論」が考え出された。この大統一理論のいくつかの標準的な理論は安定であると考えられていた陽子がやがて崩壊するシナリオを導き出した。それを観測するために宇宙線の影響の少ない地下に大規模な粒子観測を作った。期待に反し，陽子は崩壊しなかったが，1987 年の超新星爆発に伴うニュートリノの観測に成功した（2002 年ノーベル物理学賞）。この後，ニュートリノを詳細に検出する装置に改造し，「太陽ニュートリノの謎」を解明するため「ニュートリノ振動」を観測し，成功した。

次に宇宙線のなかで極限の高エネルギー粒子を観測する「テレスコープアレイ実験：極高エネルギー宇宙線の観測」について紹介する。極高エネルギー宇宙線は頻度が少ないため，大面積に展開した観測装置が必要になる。そこで，約十年前から米国ユタ州の荒野に観測装置を設置し，日米の国際共同研究として，観測を行っている。極高エネルギー領域でのエネルギースペクトラムや，化学組成，点源探査などその概要を紹介する。